

Ежегодная международная научно-практическая конференция  
**«РусКрипто'2022»**

**О перспективных для стандартизации  
схемах подписи вслепую**

**Бабуева А. А., ведущий инженер-аналитик, КриптоПро**

**Алексеев Е. К., к.ф.-м.н., начальник отдела криптографических исследований, КриптоПро**

**Ахметзянова Л. Р., зам. начальника отдела криптографических исследований, КриптоПро**

# Мотивация

ноябрь 2020 г

разработка Методических Рекомендаций  
«Протоколы формирования и проверки  
электронной подписи вслепую»  
в РГ СКАиП ТК26



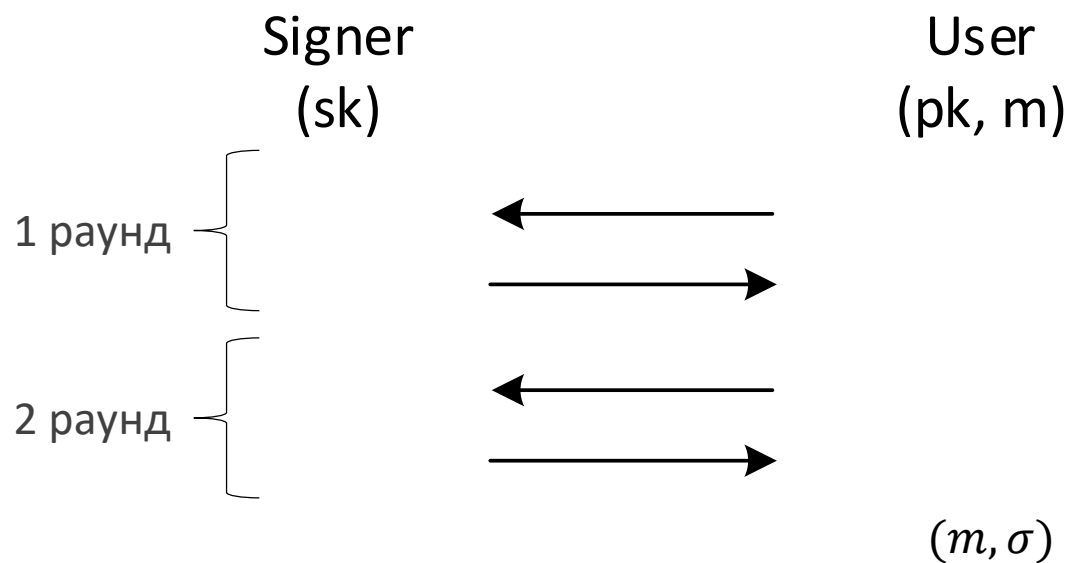
# Область применения

- системы электронных платежей
- системы дистанционного электронного голосования
- ... другие приложения, где надо обеспечивать анонимность пользователей

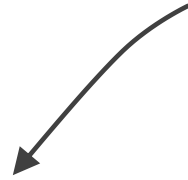


# Схема подписи вслепую

- Алгоритмы генерации ключей и проверки подписи – аналогичны алгоритмам для стандартных схем подписи
- Алгоритм подписи – интерактивный протокол:



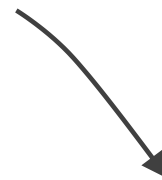
# Свойства безопасности



неподделываемость  
(unforgeability)

клиент может сформировать  
валидную подпись только в  
результате успешного  
взаимодействия с подписывающим

противник – клиент



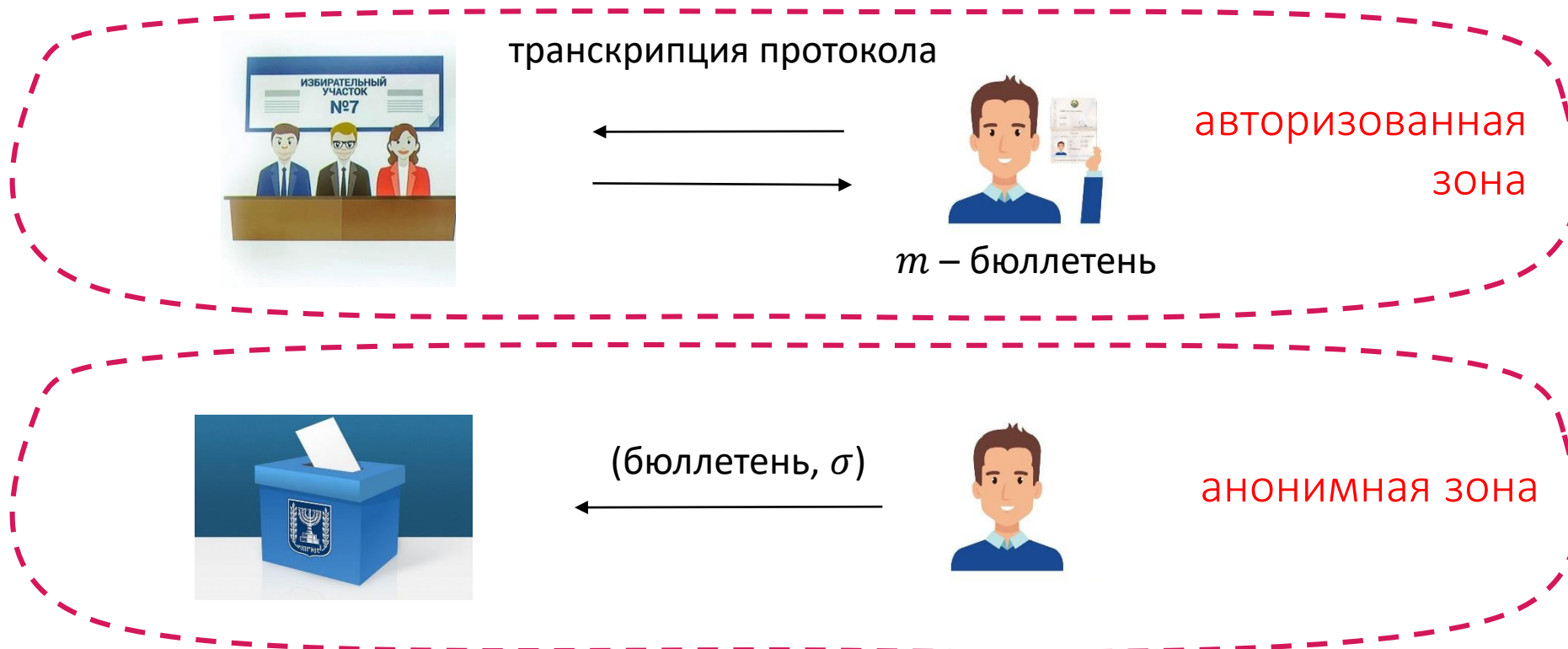
неотслеживаемость  
(blindness)

подписывающий не может связать  
полученную клиентом пару (сообщение,  
подпись) с конкретной транскрипцией  
протокола

противник – подписывающий

# Неотслеживаемость: пример (голосование)

подписывающий не может связать полученную клиентом пару  $(m, \sigma)$  с конкретной транскрипцией протокола



# Неподделываемость



**Угроза:** противник создает  $(l + 1)$  корректную пару (сообщение, подпись) в результате  $l$  взаимодействий с подписывающим

- сильная: все сообщения различны
- слабая: все пары (сообщение, подпись) различны



**Тип атаки:** противник может получать от подписывающего корректные подписи для адаптивно выбираемых им сообщений

- атаки с последовательными/параллельными сессиями
- атаки с/без провоцирования сбоев

# Требования к перспективным схемам

- стандартные базовые механизмы (эллиптические кривые, хэш-функция)
- неподделываемость (большое количество параллельных сессий, возможность провоцировать сбои, слабая угроза)
- неотслеживаемость
- наличие формальных обоснований стойкости (в предположении сложности стандартных задач)
- эффективность (не более 2х раундов, кол-во вычислений)



# А что за рубежом?

- IETF: draft-irtf-cfrg-rsa-blind-signatures-03
  - ✓ схема подписи вслепую RSA
  - ✓ на стадии разработки
- ISO: ISO/IEC 18370-1:2016 «Information technology — Security techniques — Blind digital signatures»
  - ✓ 3 схемы подписи вслепую
  - ✓ ни одна схема не обеспечивает требуемые свойства безопасности



# Три перспективные схемы

- Схема Абе

Abe M. «A secure three-move blind signature scheme for polynomially many signatures», 2001

- Схема Шаума-Педерсена (Брандса)

Chaum D., Pedersen T. P. «Wallet databases with observers», 1992

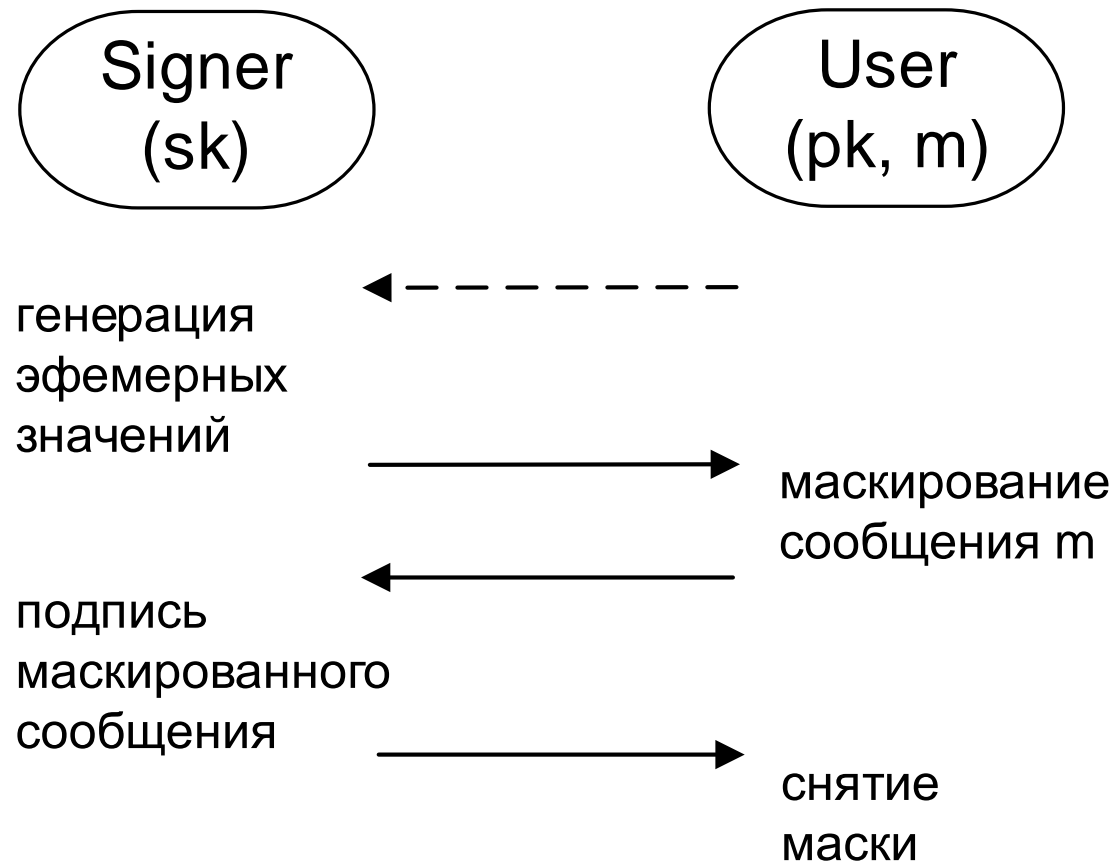
Brands S. «An efficient off-line electronic cash system based on the representation problem», 1993

- Схема Тессаро-Жу

Tessaro S., Zhu C. «Short Pairing-Free Blind Signatures with Exponential Security», 2022

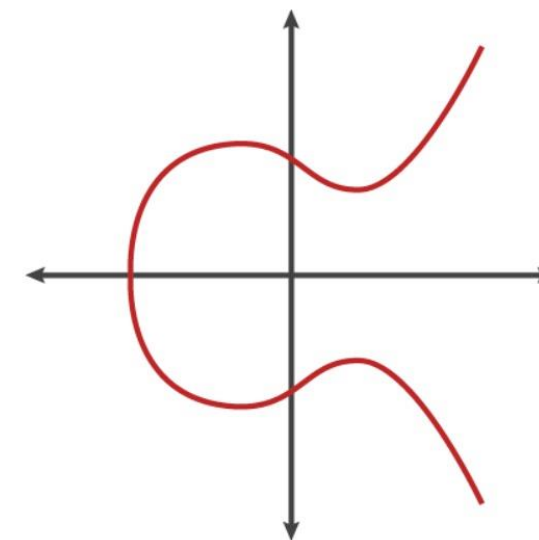


# Общая структура протокола подписи



# Базовые механизмы

- группа точек эллиптической кривой простого порядка  $q$
- $H$  – стандартная хэш-функция
- $\mathcal{H}$  – хэш-функция, переводящая строки произвольной длины в точки ЭК (нужна не для всех схем)



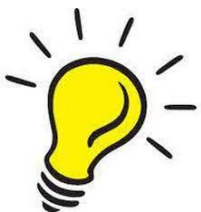
Подходы к построению  $\mathcal{H}$  на основе стандартной хэш-функции:  
<https://datatracker.ietf.org/doc/html/draft-irtf-cfrg-hash-to-curve-13>

# Неподделываемость



Отрицательный результат о возможности построения сведения в стандартной модели противника (даже со случайным оракулом) для схем подписи вслепую Шнорра и Брандса

Baldirtsi, Lysyanskaya «On the Security of One-Witness Blind Signature Schemes», 2013



Модель с алгебраической группой

Fuchsbauer, Kiltz, Loss «The Algebraic Group Model and its Applications», 2018

# Модель с алгебраической группой

Для любого элемента группы, который появляется на выходе алгоритма противника в процессе его работы, противник должен предоставить коэффициенты разложения данного элемента в линейную комбинацию всех элементов, пришедших ему на вход к данному моменту.

$X_1, \dots, X_n$

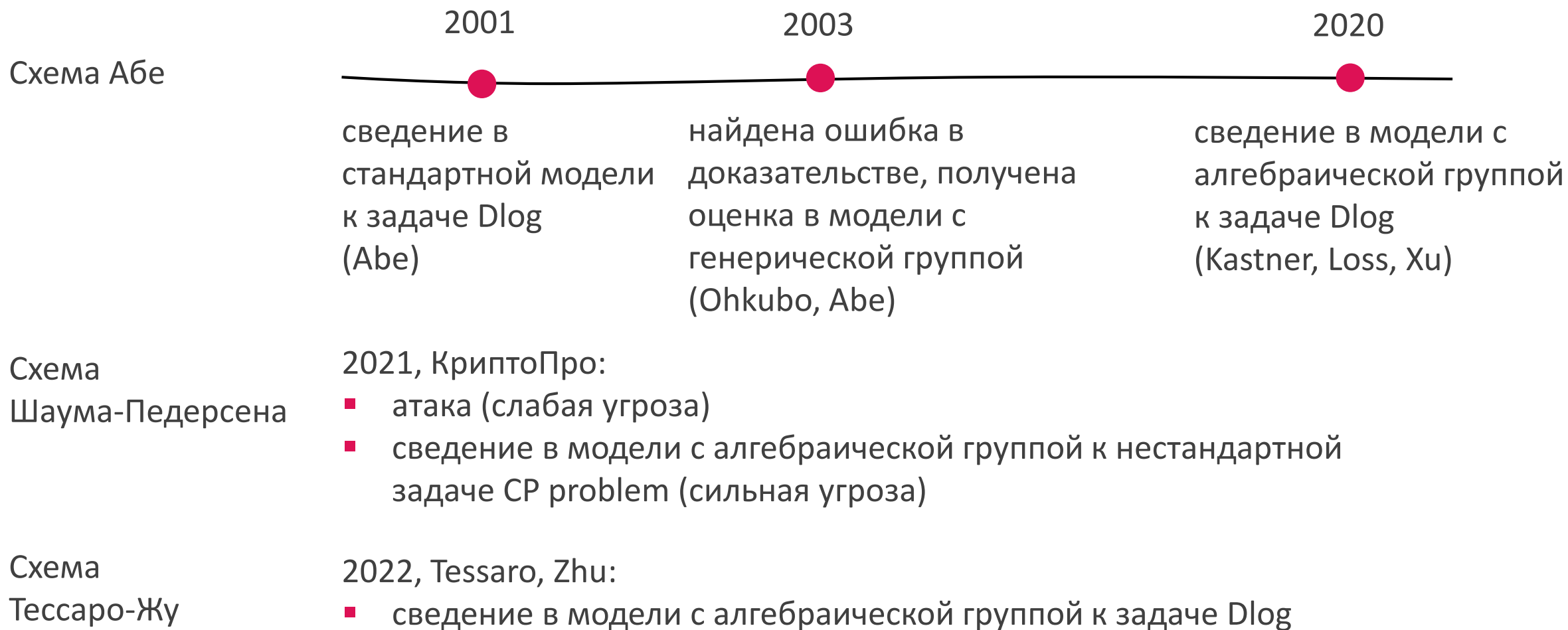


$Z, (z_1, \dots, z_n)$

$$Z = \sum_{i=1}^n z_i X_i$$

- генерическая  $\leq$  алгебраическая  $\leq$  стандартная
- учитывает структурные атаки на схему подписи, например, ROS-атаки

# Неподделываемость



# Сравнение схем: свойства безопасности

	Схема Абе	Схема Шаума-Педерсена	Схема Тессаро-Жу
<b>Неподделываемость</b>	слабая угроза (DLog)	сильная угроза (CP problem)	слабая угроза (DLog)
<b>Неотслеживаемость</b>	вычислительная (DDH)	абсолютная	абсолютная



# Сравнение схем: свойства безопасности

	Схема Абе	Схема Шаума-Педерсена	Схема Тессаро-Жу
<b>Неподделываемость</b>	слабая угроза (DLog)	сильная угроза (CP problem)	слабая угроза (DLog)
<b>Неотслеживаемость</b>	вычислительная (DDH)	абсолютная	абсолютная

# Сравнение схем: эксплуатационные свойства

	Схема Абе	Схема Шаума-Педерсена	Схема Тессаро-Жу
Количество пересылок	3	4	3
Длина подписи (бит)	$8 \log_2 q + 2$	$3 \log_2 q + 1$	$4 \log_2 q$
Количество вычислений кратных точек на клиенте/сервере	11 + 5	9 + 3	8 + 3
Использование хэш-функции на кривую	да (клиент и сервер)	да (клиент)	нет

# Сравнение схем: эксплуатационные свойства

	Схема Абе	Схема Шаума-Педерсена	Схема Тессаро-Жу
Количество пересылок	3	4	3
Длина подписи (бит)	$8 \log_2 q + 2$	$3 \log_2 q + 1$	$4 \log_2 q$
Количество вычислений кратных точек на клиенте/сервере	11 + 5	9 + 3	8 + 3
Использование хэш-функции на кривую	да (клиент и сервер)	да (клиент)	нет


# Схема Тессаро-Жу

Генерация ключей:

```
KeyGen( )  
-----  
 $d, z \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $Q \leftarrow dP, Z \leftarrow zP$   
return  $(d, (Q, Z))$ 
```

```
Sign  $(d, Q, Z)$   
 $a, t, y \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $A \leftarrow aP$   
 $C \leftarrow tP + yZ$ 
```


$A, C$



User  $((Q, Z), m)$


```
 $r_1, r_2, \gamma_1, \gamma_2 \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $A' \leftarrow r_1P + (\gamma_1/\gamma_2)A$   
 $C' \leftarrow \gamma_1C + r_2P$   
 $c' \leftarrow H(A' || C' || m)$   
 $c \leftarrow c'\gamma_2$ 
```

$c$



```
 $s \leftarrow a + cyd$ 
```

$s, y, t$



```
 $s' \leftarrow (\gamma_1/\gamma_2)s + r_1$   
 $y' \leftarrow \gamma_1y$   
 $t' \leftarrow \gamma_1t + r_2$   
return  $(c', s', y', t')$ 
```

# Схема Тессаро-Жу

Генерация ключей:

```
KeyGen( )  
-----  
 $d, z \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $Q \leftarrow dP, Z \leftarrow zP$   
return  $(d, (Q, Z))$ 
```

схема Шнора

```
Sign  $(d, Q, Z)$   
 $a, t, y \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $A \leftarrow aP$   
 $C \leftarrow tP + yZ$ 
```

$A, C$

User  $((Q, Z), m)$

```
 $r_1, r_2, \gamma_1, \gamma_2 \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $A' \leftarrow r_1P + (\gamma_1/\gamma_2)A$   
 $C' \leftarrow \gamma_1C + r_2P$   
 $c' \leftarrow H(A' || C' || m)$   
 $c \leftarrow c'\gamma_2$ 
```

$c$

```
 $s \leftarrow a + cyd$ 
```

$s, y, t$

```
 $s' \leftarrow (\gamma_1/\gamma_2)s + r_1$   
 $y' \leftarrow \gamma_1y$   
 $t' \leftarrow \gamma_1t + r_2$   
return  $(c', s', y', t')$ 
```

# Схема Тессаро-Жу

Генерация ключей:

```
KeyGen( )  
-----  
 $d, z \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $Q \leftarrow dP, Z \leftarrow zP$   
return  $(d, (Q, Z))$ 
```

принципиальные  
нововведения

```
Sign  $(d, Q, Z)$   
 $a, t, y \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $A \leftarrow aP$   
 $C \leftarrow tP + yZ$ 
```

$A, C$

User  $((Q, Z), m)$

```
 $r_1, r_2, \gamma_1, \gamma_2 \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $A' \leftarrow r_1P + (\gamma_1/\gamma_2)A$   
 $C' \leftarrow \gamma_1C + r_2P$   
 $c' \leftarrow H(A' || C' || m)$   
 $c \leftarrow c'\gamma_2$ 
```

$c$

```
 $s \leftarrow a + \underline{c}y d$ 
```

$s, y, t$

```
 $s' \leftarrow (\gamma_1/\gamma_2)s + r_1$   
 $y' \leftarrow \gamma_1y$   
 $t' \leftarrow \gamma_1t + r_2$   
return  $(c', s', y', t')$ 
```

# Резюме

- схема Тессаро-Жу является наиболее перспективной для стандартизации схемой подписи вслепую
- необходима всесторонняя и полномасштабная верификация!



Tessaro S., Zhu C. «Short Pairing-Free Blind Signatures with Exponential Security», 2022

<https://eprint.iacr.org/2022/047>

Section 5, схема BS<sub>3</sub>

**Спасибо за внимание!**

**Контактная информация:**

[babueva@cryptopro.ru](mailto:babueva@cryptopro.ru)



## KeyGen( )

$d, z \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $Q \leftarrow dP, Z \leftarrow zP$   
 $G \leftarrow \mathcal{H}_1(p\|q\|P\|Z\|Q)$   
**if**  $G = 0$  **then return**  $\perp$   
**return**  $(d, (Q, Z, G))$

$\text{Sign}(d, P, Z, G)$   
 $rnd \leftarrow \{0, 1\}^{\lceil \log_2 q \rceil}$   
 $G_1 \leftarrow \mathcal{H}_2(rnd)$   
 $G_2 \leftarrow G - G_1$   
 $u, s_1, s_2, f \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $A \leftarrow uP$   
 $B_1 \leftarrow s_1P + fG_1$   
 $B_2 \leftarrow s_2Z + fG_2$

$rnd, A, B_1, B_2$

$\text{User}(Q, P, Z, G, m)$

$G_1 \leftarrow \mathcal{H}_2(rnd)$   
 $\gamma \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $E \leftarrow \gamma G, E_1 \leftarrow \gamma G_1, E_2 \leftarrow E - E_1$   
 $t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 \leftarrow \mathbb{Z}_q^*$   
 $\alpha \leftarrow A + t_1P + t_2Q$   
 $\beta_1 \leftarrow \gamma B_1 + t_3P + t_4E_1$   
 $\beta_2 \leftarrow \gamma B_2 + t_5Z + t_4E_2$   
 $\tau \leftarrow \mathbb{Z}_q^*, T \leftarrow \tau G$   
 $\varepsilon \leftarrow H(E\|E_1\|\alpha\|\beta_1\|\beta_2\|T\|m)$   
 $e \leftarrow \varepsilon - t_2 - t_4$

$e$

$c \leftarrow e - f$   
 $r \leftarrow u - cd$

$r, c, s_1, s_2, f$

$\rho \leftarrow r + t_1$   
 $w \leftarrow c + t_2$   
 $\sigma_1 \leftarrow \gamma s_1 + t_3$   
 $\sigma_2 \leftarrow \gamma s_2 + t_5$   
 $\delta \leftarrow f + t_4$   
 $\mu \leftarrow \tau - \delta\gamma$   
**return**  $(E, E_1, \rho, w, \sigma_1, \sigma_2, \delta, \mu)$

# Схема Шаума-Педерсена

**KeyGen**( )  

---

 $d \leftarrow_s \mathbb{Z}_q^*$   
 $Q \leftarrow dP$   
**return** (  $d, Q$  )

Signer (  $d$  )

$Z \leftarrow dM$   
 $k \leftarrow_s \mathbb{Z}_q$   
 $A \leftarrow kP, B \leftarrow kM$

$s \leftarrow k + cd$

**return** 1

User (  $Q, m$  )

$M' \leftarrow \mathcal{H}(m)$   
 $\alpha \leftarrow_s \mathbb{Z}_q, M \leftarrow \alpha^{-1}M'$

$Z' \leftarrow \alpha Z$   
 $u, v \leftarrow_s \mathbb{Z}_q$   
 $A' \leftarrow uA + vP$   
 $B' \leftarrow u\alpha B + vM'$   
 $c' \leftarrow H(M' \| Z' \| A' \| B'), c \leftarrow c'u^{-1}$

$s' \leftarrow us + v$   
 $sgn \leftarrow (s', c', Z')$   
**return**  $sgn$